



TITLE:

ICDWの有効理論とanomaly(素粒子論と物性論におけるトポロジーに関連する諸現象,研究会報告)

AUTHOR(S):

宗, 博人

CITATION:

宗, 博人. ICDWの有効理論とanomaly(素粒子論と物性論におけるトポロジーに関連する諸現象,研究会報告). 物性研究 1987, 48(3): 217-220

ISSUE DATE:

1987-06-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/92543>

RIGHT:

流の加速を決める単純な方程式である。R 模型ではアノマリーとして導出された電場項は、NR 模型では j の $A(\partial/\partial x)$ に比例する項と運動方程式中の $\partial/\partial t(\phi)$ 項との絡みから出てくる。

電場に対する線形応答をグリーン関数を用いた摂動法で評価しようとする、一般に絶対収束でない項が多く出てくる。そのような項を適当にまとめることによって結果が通常のゲージ不変性を満すように処理することはむしろ NR 模型については容易である。その結果 $\eta = 0$ では(3)式が、 $\eta \neq 0$ ではバンド巾 $D \equiv \hbar v_F k_F = 2 \epsilon_F$ が無限大の極限で(5)式が得られる。

尚、本稿の内容は石川正勝氏（常葉学園大）との共同研究によるものである。

- 1) Z.-b. Su and B. Sakita, Phys. Rev. Lett. **56** (1986) 780.
- 2) CDW 系で観測される種々の特異な非線形電気伝導現象を理解するためには、不純物等による CDW のピン止め効果が重要である（拙著、パリティ **1** の **9**, (1986) 30 参照）。SS はこの効果を取り込んだ議論もしているが、ここでは考えない。また、系は純 1 次元とし、電子のスピンも省略する。
- 3) 藤川和男、日本物理学会誌 **41**, 685 (1986)。
- 4) 従って(3)式は電子・格子間相互作用の結合定数にもよらない普遍的な関係式であるというのが SS の主張。
- 5) H. Fröhlich, Proc. Roy. Soc. London A **223** (1954) 296.
- 6) P. A. Lee, T. M. Rice and P. W. Anderson, Solid State Commun. **14** (1974) 703.
- 7) S. Tomonaga, Prog. Theor. Phys. **5** (1950) 349.

ICDW の有効理論と anomaly

京大・基研 宗 博 人

chiral U(1) anomaly は量子論で始めて現われる効果であるが、他方、Adler-Bardeen 定理や、指数定理の様な普遍性もまた持ちあわせている。その普遍性の為、有効理論の議論の際、特に有用と考えられる。ここで述べるのは、擬一次元導体の不整合電荷密度波 (ICDW)¹⁾ の有効理論であり、その理論の σ -model との類似性に注意しながら、Su-Sakita²⁾ によって示された anomaly と ICDW の運動を中心に見ていく。そして、phason と呼ばれる Goldstone model の重要性を bosonization の立場から主張する。

まず、有効理論に出てくる役者を考える。最初に、電流の荷い手である電子場 $\psi(x)$ である。しかし、擬一次元性の為、その運動は右か左にしか（ほとんど）できない。次は、系のほぼ全部の質量を持つ、周期的に配列しているイオン、つまり格子である。それから、CDW 電流を流すのに必要な外電場 E があ

る。実際には、それだけにとどまらず、不純物、格子欠陥等があり、決して、その効果は小さくないのだが、ここでは、それらは摂動的に取り扱えとし、中心的な役は与えない事にする。

CDWの基底状態は、フェルミ波数 ($\pm k_F$) を持つ電子場 $\Psi(x)$ と波数 $Q = 2k_F$ の格子変調 (フォノン) $u(x)$ のコヒーレントな集団モードと考えられる。それは、外電場がない時は、波数 Q を持つ定在波で、右方向と左方向の重ね合わせである。つまり、電子場を

$$\Psi(x) = \phi_L(x) e^{-iQx/2} + \phi_R(x) e^{iQx/2}, \quad (1)$$

とフェルミ面の部分を分けると、電荷密度が

$$\langle \Psi^* \Psi \rangle_{CDW} \sim \langle \text{Re } \phi_L^* \phi_R \rangle_{CDW} \cos Qx, \quad (2)$$

となっている。今、 ϕ_L と ϕ_R は(1)から、同じ Ψ から生じたものなので、同じ位相 (gauge 変換) でまわす事は出来るが、逆位相 (chiral 変換) でまわす事は同じ Ψ では出来ない。しかし、

$$\Psi'(x) = \phi_L e^{-iQx/2 + i\varphi_L} + \phi_R e^{iQx/2 + i\varphi_R}, \quad (1')$$

という系に同じ状態が移る事が出来るのなら、chiral 変換を可能にする。³⁾それは、(2)の状態が $x \rightarrow x + x_0$ の変換 (並進) を行なっても同じ状態である事を意味するから、その為に、格子定数を a として

$$2\pi/a / 2k_F = \text{無理数 (incommensurate)}, \quad (3)$$

であればよい。

フォノン-電子相互作用 $u \Psi^* \Psi$ も実はこの chiral 不変性を保っている。²⁾フォノン場 u を

$$u(x) = \phi(x) e^{iQx} + \phi^*(x) e^{-iQx}, \quad (4)$$

として複素場 ϕ で書けば、相互作用は

$$u \Psi^* \Psi \rightarrow \phi_L^* \phi_R \phi + \phi_R^* \phi_L \phi^*, \quad (5)$$

となるので明らかである。外電場との相互作用は gauge 不変となるように入れば、この理論は、1+1 次元線型 σ -model そのものである。不純物は、系の並進不変性を破り、従って、chiral 対称性をあらわに破る項として、相互作用している。

さて、Su と Sakita は、²⁾この model の '古典的' には保存するはずの2つの current に対して、

$$\partial_\mu j_\mu = 0, \quad (6)$$

$$\partial_\mu j_{5\mu} = -\partial_\mu \varepsilon_{\mu\nu} j_\nu = \frac{eE}{\pi} = \frac{e}{2\pi} \varepsilon_{\mu\nu} F_{\mu\nu} \quad (7)$$

という、chiral current $j_{5\mu}$ に対する anomaly があり、この式が、CDWの運動を記述していると主張した。しかし、 $j_{5\mu}$ 中のフォノン部分を彼らは無視したので、生の電子の運動方程式に(7)は帰着し、

実験でかかる有効質量でなく電子の質量が入ってくる為、実験とは合わない。もともと、 $j_{5\mu}$ の中に Goldstone mode (phason) χ が存在し、その寄与が無視できないと思われる。それを電子場の寄与と比較し易い様に、電子場を bosonize した理論を考える。すると、電子場と phason の chiral current への寄与はそれぞれ

$$j_{5\mu}^e = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \partial_\mu \Phi, \quad (8)$$

$$j_{5\mu}^{\text{ph}} = \langle \phi \rangle^2 \partial_\mu \chi, \quad (9)$$

となる。ここで、 Φ は bosonize された複素場であり、phason χ は

$$\phi = \langle \phi \rangle e^{i\chi}, \quad (10)$$

によって定義される。外 gauge 場に対しても、Landau gauge をとると、

$$A_\mu(x) = \varepsilon_{\mu\nu} \partial_\nu A, \quad (11)$$

として A が定義され、(7)の右辺は

$$\frac{eE}{\pi} = \frac{e}{2\pi} \varepsilon_{\mu\nu} F_{\mu\nu} = \frac{e}{\pi} \partial_\mu \partial_\mu A, \quad (12)$$

となる。従って、

$$\left(\frac{1}{\sqrt{\pi}} \Phi, \langle \phi \rangle^2 \chi, \frac{e}{\pi} A \right), \quad (13)$$

という3つの場が丁度、同じ形で anomaly の式(7)に出て来る事がわかる。電子場と phason の寄与は $\sqrt{\pi} \langle \phi \rangle^2$ の重みで同じである。ところで、bosonize した CDW の有効理論の相互作用項は、

$$\frac{e}{\sqrt{\pi}} \partial_\nu A \partial_\nu \Phi + K : e^{i2\sqrt{\pi}\Phi} : \langle \phi \rangle e^{i\chi} + \text{c. c.}, \quad (14)$$

という形である。ここで、 K は、mass dimension 2 の定数であり、 $::$ は normal order を意味する。(14)の理論、phason coupled Schwinger model, を解く事は、まだ出来ていない。

最後に、ICDW の有効理論の妥当性について考えてみる。実は、ICDW には真の chiral 対称性はないと思われる。それは、(1)をみれば明らかであり、(1)と(1)'の同等性は、同じ lagrangian の対称性ではない。よって、chiral current に相当するものは、初めから保存されないものである。さらに、外電場と電子場との相互作用は A_μ の一次だけでなく、二次の項、

$$\frac{1}{2m} e^2 A_1^2 \Psi^* \Psi \rightarrow \frac{e^2}{2m} \bar{\phi} r_0 \Psi A_1^2, \quad (15)$$

も存在する。この項は、場の理論ではくり込み不可能項と呼ばれるものであるが、今の場合 落とす理由はない。高山氏の報告では、この項から、式(7)と同じような関係式が導ける事を議論している。積極的に、anomaly の式(7)が有効となってくるのは、最初に述べたように、その普遍性が実験でひっかかる時であ

る。従って、温度変化とかの外的要因の変化に対して、式(7)を CDW の運動に直した時に、不変な関係を探さなくてはならない。

- 1) 詳しくは、高山氏の報告、あるいは、その文献を参考の事。
- 2) Z. -b. Su and B. Sakita, Phys. Rev. **163** (1986), 780; Prog. Theor. Phys. Suppl. No. 86 (1986), 238.
- 3) S. Barnes and A. Zawadski, Phys. Rev. Lett. **51** (1983), 1003.

超流動 ^3He ，分数電荷，アノマリー (Dirac Sea と Fermi Sea)

静岡大・教養 中 原 幹 夫

超流動 ^3He の A 相は SO(3) という比較的複雑なオーダーパラメタを持つためにトポロジカルにも面白い性質を持っている。ここでは最近 Volovik や Stone 達によって指摘された、超流動 ^3He の A 相における、分数電荷およびカイラルアノマリーに関連した現象について紹介する。

A 相のオーダーパラメタは

$$A_{\mu i} = \Delta_0 \hat{d}_\mu \Delta_i \quad (1)$$

で表わされる。 Δ_0 はギャップの大きさ、 \hat{d}_μ はスピン空間の単位ベクトル、 Δ_i は実空間の単位ベクトル $\hat{\Delta}_1$ と $\hat{\Delta}_2$ を用いて $\vec{\Delta} = \hat{\Delta}_1 + i \hat{\Delta}_2$ と表わされる。 $\hat{l} = \hat{\Delta}_1 \times \hat{\Delta}_2$ はクーパー対の角運動量 (大きさ 1) の向きを表わす。質量のカレントは

$$\vec{g} = \rho \vec{v}_s + \frac{1}{4} \rho \text{curl } \hat{l} - \frac{1}{2} \rho \hat{l} (\hat{l} \cdot \text{curl } \hat{l}) \quad (2)$$

で与えられる。第 1 項はクーパー対の重心運動、第 2 項は磁性体における “magnetic current” に対応している。第 3 項の微視的な解釈は不明であった。ここではこの項が分数電荷 (と言っても ^3He は中性なので分数フェルミオン数であるが) やカイラルアノマリーに対応している事を示す。

($\hat{\Delta}_1, \hat{\Delta}_2, \hat{l}$) の空間的配置を Texture と言うが、与えられた Texture のもとでの準粒子の励起は南部 - Gorkov (NG) 方程式

$$\begin{pmatrix} \left(\frac{\vec{p}^2}{2m} - \mu \right) & \frac{\Delta_0}{2p_F} \{ p_j, \Delta_j \} \\ \frac{\Delta_0}{2p_F} \{ p_j, \Delta_j^* \} & - \left(\frac{\vec{p}^2}{2m} - \mu \right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_n \\ v_n \end{pmatrix} = E_n \begin{pmatrix} u_n \\ v_n \end{pmatrix} \quad (3)$$